Examenul de bacalaureat 2012
Proba E. c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Model

Filiera vocațională, profilul pedagogic, specializarea învățător-educatoare.
- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

I. FELADAT **(30 pont)**

5p **1.** Igazold, hogy $a=\left|\sqrt{3}-5\right|+\left|\sqrt{3}-1\right|$ egész szám!

5p **2.** Adott az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=2x-1$ függvény. Számítsd ki $f(1)+f(2)+f(3)+...+f(10)$ értékét!

5p **3.** Oldd meg a valós számok halmazán az $\begin{cases} 2x-1=y \\ x^2-2x+3=y \end{cases}$ egyenletrendszert!

5p **4.** Oldd meg a valós számok halmazán a $\sqrt{3+4x}=5$ egyenletet!

5p **5.** Adottak a $\vec{v}=2\vec{i}+\vec{j}$ és $\vec{u}=\vec{i}-5\vec{j}$ vektorok. Határozd meg a $\vec{w}=\vec{v}+\vec{u}$ vektor koordinátáit!

5p **6.** Számítsd ki az ABC háromszög AC oldalának hosszát, ha $AB=3, BC=8$ és $m(\sphericalangle ABC)=60^\circ$.

II. FELADAT **(30 pont)**

Adott a $(\mathbb{Z}_8,+,\cdot)$ gyűrű, $\mathbb{Z}_8=\left\{\hat{0},\hat{1},\hat{2},\hat{3},\hat{4},\hat{5},\hat{6},\hat{7}\right\}$.

5p **a)** Számítsd ki az $\hat{1}+\hat{3}+\hat{5}+\hat{7}$ összeget!

5p **b)** Ellenőrizd az $\hat{2}^{10}+\hat{2}^8+\hat{2}^6+\hat{2}^4+\hat{2}^2=\hat{4}$ egyenlőséget!

5p **c)** Határozd meg a $(\mathbb{Z}_8,+,\cdot)$ gyűrűben a $\hat{7}$ inverzét!

5p **d)** Oldd meg $\mathbb{Z}_8$ -ban a $\hat{7}x+\hat{2}=\hat{5}$ egyenletet!

5p **e)** Igazold, hogy az $x^2+\hat{5}=\hat{0}$ egyenletnek nincs gyöke a $\mathbb{Z}_8$ halmazban!

5p **f)** Oldd meg az $\begin{cases} x+y=\hat{4} \\ \hat{3}x+\hat{2}y=\hat{1} \end{cases}$ egyenletrendszert, $x,y\in\mathbb{Z}_8$.

III. FELADAT **(30 pont)**

Adottak az $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, I_3=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ és $C=I_3+A$ mátrixok.

5p **a)** Számítsd ki $\det\left(C+{}^tC\right)$ értékét, ha ${}^tC$ a C mátrix transzponáltja!

5p **b)** Számítsd ki az A^3 mátrixot, ha $A^3=A\cdot A\cdot A$.

5p **c)** Ellenőrizd az $(I_3+A)\left(I_3-A+A^2\right)=I_3$ egyenlőséget!

5p **d)** Határozd meg azt az $a\in\mathbb{R}$ számot, amelyre $(I_3+aA)\left(I_3+A+A^2\right)=I_3$.

5p **e)** Számítsd ki a C mátrix inverzét!

5p **f)** Határozd meg azokat az x, y, z valós számokat, amelyek kielégítik az $xC+yA^2+zI_3=A$ egyenlőséget!