Examenul de bacalaureat 2012
Proba E. c)
Proba scrisă la MATEMATICĂ

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea ştiințele naturii.
Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale.

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**
- **La toate subiectele se cer rezolvări complete.**

I. FELADAT (30 pont)

5p **1.** Az $(a_n)_{n\geq 1}$ számtani haladványban $a_1 = 5$ és $r = 2$. Számítsd ki a haladvány első 5 tagjának összegét!

5p **2.** Határozd meg az m valós számot, ha az $x^2 - (m+1)x + m = 0$ egyenletnek két egyenlő valós megoldása van!

5p **3.** Határozd meg az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x) = 2^{x+1} - 1$ függvény grafikus képének az Ox és az Oy tengelyekkel való metszéspontjainak koordinátáit!

5p **4.** Számítsd ki $2C_4^2 - 3V_4^1$ értékét!

5p **5.** Adottak a $\overrightarrow{v_1} = 2\vec{i} + a\vec{j}$ és $\overrightarrow{v_2} = (a+3)\vec{i} + 2\vec{j}$ vektorok, $a\in\mathbb{R}$. Határozd meg azt az $a > 0$ számot, amelyre a $\overrightarrow{v_1}$ és $\overrightarrow{v_2}$ vektorok kollineárisak!

5p **6.** Az MNP háromszög területe 16, $MN = NP = 8$. Számítsd ki $\sin N$ értékét!

II. FELADAT (30 pont)

1. Az xOy derékszögű koordináta-rendszerben adottak az $A_n(n-1, n+2)$ pontok, $n\in\mathbb{N}^*$.

5p **a)** Határozd meg az A_1A_2 egyenes egyenletét!

5p **b)** Igazold, hogy az A_m, A_n, A_p pontok kollineárisak, bármely $m,n,p\in\mathbb{N}^*$ esetén!

5p **c)** Tetszőleges $p\in\mathbb{N}^*$ esetén legyen $M_p = \left\{n\in\mathbb{N}^* \middle| A_nA_p \leq 2\right\}$. Határozd meg az M_{2011} halmaz elemeit!

2. Adott az $f = X^3 + (m-3)X^2 - 17X + (2m+7)$ polinom, $m\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Ha $m = 4$, határozd meg az f polinom $X - 3$ polinommal való osztási hányadosát és maradékát!

5p **b)** Határozd meg $m\in\mathbb{R}$ azon értékét, amelyre az f polinom osztható az $X - 1$ polinommal!

5p **c)** Oldd meg a valós számok halmazán a $27^x + 9^x - 17\cdot 3^x + 15 = 0$ egyenletet!

III. FELADAT (30 pont)

1. Adott az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x) = \begin{cases} \dfrac{-4}{x^2+1}, & x\leq 0 \\ x-4, & x>0 \end{cases}$ függvény.

5p **a)** Igazold, hogy az f függvény folytonos az $x_0 = 0$ pontban!

5p **b)** Számítsd ki a $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{f(x)}{16-x^2}$ határértéket!

5p **c)** Határozd meg az f függvény grafikus képéhez az $A(-1,-2)$ pontban húzható érintő egyenletét!

2. Adottak az $f_m:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f_m(x) = 3m^2x^2 + 6mx + 9$ függvények, $m\in\mathbb{R}$.

5p **a)** Határozd meg az f_0 függvény primitív függvényeinek halmazát!

5p **b)** Számítsd ki az f_1 függvény grafikus képe, az Ox tengely, valamint az $x = 0$ és $x = 1$ egyenesek által határolt síkidom területét!

5p **c)** Számítsd ki az $\displaystyle\int_1^2 \frac{f_2(x)-9}{x}\cdot e^x dx$ értékét!